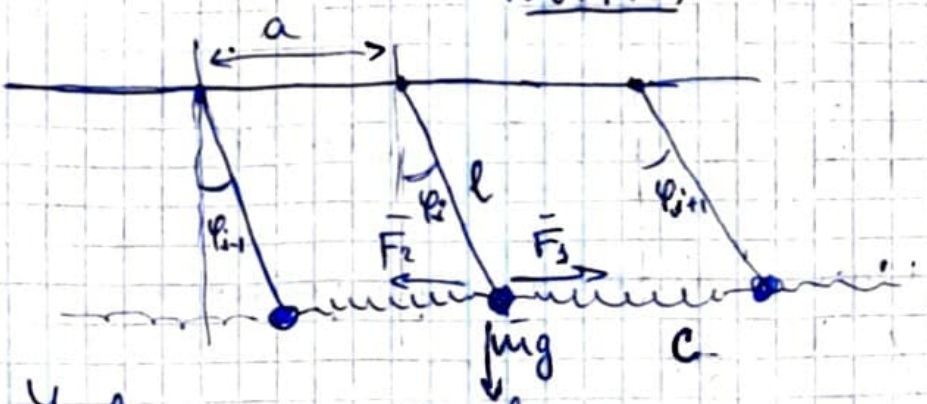
№6.7(а)



Уравнение моментов:

$I \cdot \ddot{\varphi}_j = -M_{тяж} + M_{F_3} - M_{F_2}$; , I - момент инерции

$ml^2 \cdot \ddot{\varphi}_j = -mgl\sin\varphi_j + F_1\cos\varphi_j - F_2\cos\varphi_j$

$\sin\varphi_j \approx \varphi_j$; $\cos\varphi_j \approx 1$; $\cos\varphi_j \approx 1$

$ml^2\ddot{\varphi}_j = -mgl\varphi_j + cl^2\sin(\varphi_{j+1} - \varphi_j) - cl^2\sin(\varphi_j - \varphi_{j-1})$

$\sin(\varphi_{j+1} - \varphi_j) \approx \varphi_{j+1} - \varphi_j$; $\sin(\varphi_j - \varphi_{j-1}) \approx \varphi_j - \varphi_{j-1}$

$ml^2\ddot{\varphi}_j + mgl\varphi_j + cl^2(2\varphi_j - \varphi_{j-1} - \varphi_{j+1}) = 0$

$\ddot{\varphi}_j + \frac{g}{l}\varphi_j + \frac{c}{m}(2\varphi_j - \varphi_{j-1} - \varphi_{j+1}) = 0$

$\varphi_j = A \cdot \exp(i(\omega t - \varkappa j))$, $\varkappa = k \cdot a$ - волн. число, шаг сетки

$\ddot{\varphi}_j = -\omega^2 A\exp(i(\omega t - \varkappa j))$

$-\varphi_{j-1} = -A\exp(i(\omega t - \varkappa j)) \cdot e^{i\varkappa}$

$-\varphi_{j+1} = -A\exp(i(\omega t - \varkappa j)) \cdot e^{-i\varkappa}$

$\Rightarrow -\omega^2 A e^{i\omega t} + \frac{g}{l} A e^{i\omega t} + \frac{c}{m}(2Ae^{i\omega t} - Ae^{i\omega t}e^{i\varkappa} - Ae^{i\omega t}e^{-i\varkappa}) = 0$

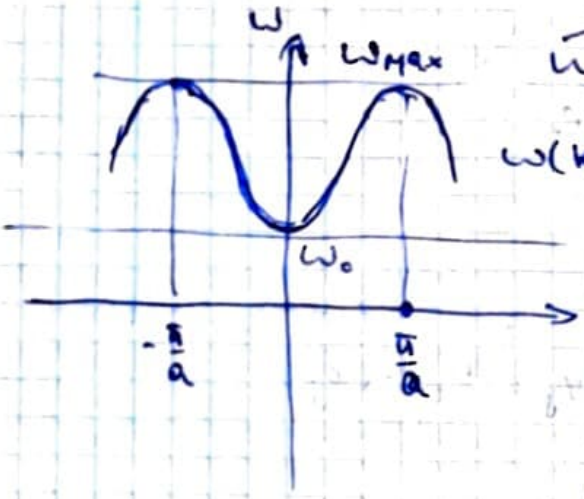
$e^{i\varkappa} + e^{-i\varkappa} = -2\cos\varkappa$

$-\omega^2 + \frac{g}{l} + \frac{2c}{m}(1 - \cos\varkappa) = 0$

$\frac{g}{l} = \omega_0^2$ $\Rightarrow$ $\boxed{\omega^2 = \omega_0^2 + 4\frac{c}{m}\sin^2\frac{k \cdot a}{2}}$ - дисп. соотн. $\omega = \omega(k)$

$\sin^2 \frac{ka}{2} = 1 \Rightarrow \frac{ka}{2} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow k = \frac{\pi}{a}$

$\Rightarrow \omega_{max} = \sqrt{\omega_0^2 + 4\frac{c}{m}}$, $\boxed{\omega_0 \le \omega \le \sqrt{\omega_0^2 + 4\frac{c}{m}}}$



→ полоса прозрачности

Вне полосы прозр. колебания будут затухать, т.к. появится мнимая часть k

$v_\phi = \frac{\omega}{k}$, $v_{гр} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$

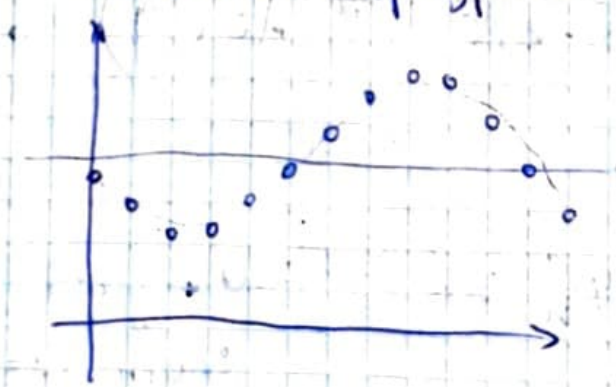
$v_\phi = \frac{\sqrt{\omega_0^2 + 4\frac{c}{m}\sin^2\frac{ka}{2}}}{k} = \sqrt{\frac{\omega_0^2}{k^2} + \frac{ca^2}{m}\cdot\left(\frac{\sin\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right)^2} =$

$= \sqrt{\frac{\omega_0^2}{k^2} + \omega'^2\cdot\left(\frac{\sin\frac{ka}{2}}{\frac{ka}{2}}\right)^2}$

$v_{гр} = \frac{2ac\sin\frac{ak}{2}\cdot\cos\frac{ak}{2}}{m\omega} = \boxed{\frac{ac}{m}\cdot\frac{\sin(ka)}{\omega}}$ при $k = \frac{\pi}{a}$ получаем $v_{гр} = 0$ т.е стоячая волна

Смещения фаз:

В полосе прозрачности:



Вне полосы прозр: